Жиганова Е.А.

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЧАСТОТНОГО ДЕТЕКТИРОВАНИЯ СИГНАЛОВ ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ ЧЕРЕЗ КВАДРАТУРНЫЙ УСИЛИТЕЛЬ МОЩНОСТИ

***Разработана математическая модель частотного детектирования сигналов нелинейных устройств. Проведено математическое моделирование квадратурного усилителя мощности частотно-модулированных сигналов при воздействии гармонической помехи на нелинейные усилительные элементы устройства. Оценена степень уменьшения интермодуляционных колебаний в узкой полосе частот выходного сигнала квадратурного усилителя мощности по сравнению с одиночным усилителем. Исследовано, как нелинейность характеристик усилителей мощности, входящих в квадратурный усилитель мощности, влияет на изменения частоты модулирующего сигнала. Определены преимущества и неудобства такого математического аппарата.***

***A mathematical model of frequency detection signal non-linear devices. The mathematical modeling of the quadrature power amplifier frequency-modulated signals under the influence of harmonic interference on the nonlinear amplifier elements of the device. Assess the degree of reduction Intermodulation-relational fluctuations in a narrow frequency band of the quadrature output of the power amplifier compared to a single amplifier. Investigated how the nonlinearity characterized tics-power amplifiers included in quadrature power amplifier affects the frequency change of the modulating signal. The advantages and disadvantages of such a mathematical apparatus.***

***Ключевые слова: частотное детектирование, математическая модель, интермодуляционные колебания, узкополосный сигнал, метод комплексной огибающей, нелинейное устройство, квадратурный усилитель мощности, нелинейные характеристики, компенсация интермодуляционных колебаний, аналитическое представление сигнала, степень уменьшения интермодуляции.***

***Keywords: frequency detecting, mathematical model, intermodulation fluctuations, a narrow-band signal, a method complex bending around, the bezinertsionny device, the quadrature amplifier of power, nonlinear characteristics, compensation of intermodulation fluctuations, analytical representation of a signal, extent of reduction of intermodulation.***

В последнее время большое внимание уделяется разработке новых и развитию известных методов анализа нелинейных цепей при многочастотном воздействии. Выбор конкретного метода исследования интермодуляционных колебаний зависит от многих факторов: типа нелинейного элемента, параметров РПдУ и воздействующих сигналов, сложности расчета, удобства и точности. В [1-3] предложен метод анализа интермодуляционных колебаний как амплитудно-фазовых искажений в узкой полосе частот, позволяющий получить аналитическое выражение для выходного сигнала нелинейного безинерционного устройства. Полученные соотношения позволяют рассчитать спектр сигнала в узкой полосе частот относительно несущего (основного) колебания. Данный метод применим для любого входного сигнала, который можно представить комплексной огибающей.

В большинстве радиотехнических систем ОВЧ диапазона и системах радиосвязи используют частотную модуляцию, поэтому представляется целесообразным разработать математическую модель частотного детектирования входных и выходных сигналов квадратурного усилителя мощности частотно-модулированных сигналов с целью оценки влияния нелинейности характеристик усилительных элементов на модулирующий сигнал и исследования возможности уменьшения или компенсации некоторых порядков интермодуляционных колебаний этим устройством.

**Математическая модель выходного сигнала КУМ ЧМ сигналов**

Пусть на вход квадратурного усилителя мощности КУМ подается частотно-модулированный сигнал вида

$$U_{вх}(\lambda,t)=U_1\cos(\omega_1 t+\int\Delta\omega\cdot\lambda(t)dt+\varphi_0), \quad (1)$$

где $U_1$ – амплитуда входного сигнала, $\Delta\omega_M$ – максимальное отклонение частоты (девиация частоты), $\lambda(t)$ – информационный процесс, $\varphi_0$ – начальная фаза.

Рассмотрим случай, когда информационный процесс изменяется по гармоническому закону

$$\lambda(t) = \cos(\Omega t),$$

где Ω – частота модулирующего сигнала.

Комплексная огибающая (КО) ЧМ сигнала в этом случае запишется как

$$\dot{U}_{вх}(\lambda,t)=U_1 e^{j\int\Delta\omega_M\lambda(t)dt}. \quad (2)$$

При подаче сигнала (2) на входы усилителей мощности УМ1 и УМ2, проходные характеристики которых описаны полиэкспоненциальной аппроксимацией с положительными знаками показателей степени ПЭА П3 в узкой полосе частот [4-7], с учетом фазового сдвига на $\pi/2$ в первом плече КУМ, комплексная огибающая сигнала на выходе устройства будет иметь вид

$$\dot{I}(t)=2\left\{\sum_{m=0}^{M}a_m I_1(mU_1)\sum_{n=-\infty}^{\infty}I_n(mU_0)\right\}\times \times\left\{e^{j\varphi_{УМ1}(t)}+e^{j\varphi_{УМ2}(t)}\right\}, \quad (3)$$

где $\varphi_{УМ1}(t)$ – фаза входного сигнала усилителя УМ1, $\varphi_{УМ2}(t)$ – фаза входного сигнала усилителя УМ2.

$$\varphi_{УМ1}(t)=\frac{\Delta\omega_M}{\Omega}\sin(\Omega t)+\frac{\pi}{2},\quad \varphi_{УМ2}(t)=\frac{\Delta\omega_M}{\Omega}\sin(\Omega t).$$

Для оценки влияния нелинейных характеристик на модулирующий сигнал произведем демодуляцию входного и выходного ЧМ сигналов квадратурного усилителя мощности – частотное детектирование (рисунок 1).

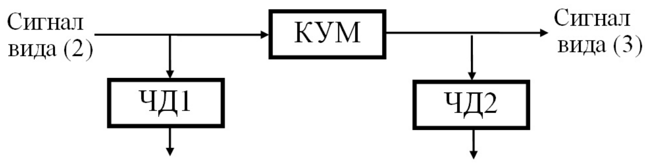


**Рисунок 1**

Алгоритм преобразования комплексной огибающей частотным детектором заключается в дифференцировании фазы сигнала по времени, тогда изменения частоты для входного и выходного сигналов запишутся как

$$\omega_{вх}(t)=\frac{d\varphi_{вх}(\lambda,t)}{dt}=\frac{d\left(\frac{\Delta\omega_M}{\Omega}\sin\Omega t\right)}{dt}= =\Delta\omega_M\cos\Omega t, \quad (4)$$

а для выходного сигнала

$$\omega_{вых}(t)=\frac{d\varphi_{вых}(\lambda,t)}{dt}=\left(arctg\frac{\mathrm{Im}(\dot{I}(t))}{\mathrm{Re}(\dot{I}(t))}\right)'. \quad (5)$$

Спектром модулирующих сигналов на входе и выходе квадратурного усилителя мощности ЧМ сигналов при индексе частотной модуляции $m_{ЧМ} = \Delta\omega_M / \Omega = 5$ является одна составляющая с частотой Ω.

Из выражения (3) видно, что нелинейность характеристик усилителей мощности, входящих в квадратурный усилитель мощности, не влияет на изменения частоты модулирующего сигнала.

**Математическая модель выходного сигнала КУМ ЧМ сигналов при воздействии гармонической помехи на усилители мощности**

Пусть на вход схемы квадратурного усилителя мощности (рисунок 2) подается сигнал вида (2), а на усилители мощности УМ1 и УМ2 воздействует сигнал с частотой помехи вида

$$U_{помехи}(t) = U_2 \cos \omega_2 t,$$

где $U_2$, $\omega_2$ – амплитуда и частота помехового сигнала соответственно.

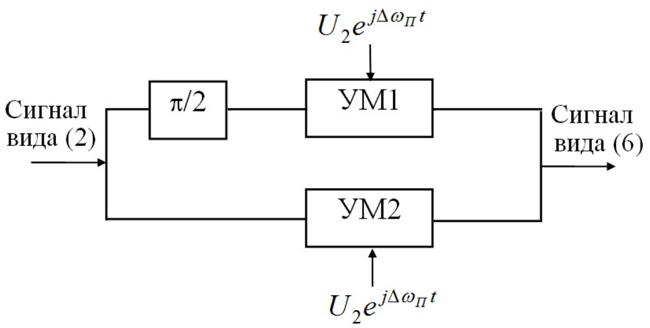


**Рисунок 2**

Так как входной сигнал представлен через комплексную огибающую, то и помеховый сигнал приведем к комплексной форме

$$\dot{U}_{помехи}(t) = U_2 e^{j\Delta\omega_П},$$

где $\Delta\omega_П = \omega_1 - \omega_2$ – расстройка частот входного и помехового сигналов.

На входы усилителей УМ1 и УМ2 соответственно воздействует сигнал, комплексная огибающая которого имеет вид

$$\dot{U}_{вхУМ1}(t) = \dot{U}_{вх}(\lambda, t) \cdot \dot{K}_{ФВ} + \dot{U}_{помехи}(t),$$

$$\dot{U}_{вхУМ2}(t) = \dot{U}_{вх}(\lambda, t) + \dot{U}_{помехи}(t),$$

где $K_{ФВ}$ – коэффициент передачи фазовращателя $\pi / 2$.

Комплексная огибающая выходного сигнала квадратурного усилителя мощности с учетом помехи запишется как

$$\dot{I}(t) = 2\sum_{m=0}^{M} a_m I_1(mA_1(t)) \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n(mU_0) e^{j\varphi_{УМ1}(t)} +$$
$$+2\sum_{m=0}^{M} a_m I_1(mA_2(t)) \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_n(mU_0) e^{j\varphi_{УМ2}(t)}, \qquad (6)$$

где $A_1(t)$, $A_2(t)$ – амплитуды входных сигналов УМ1 и УМ2,

$$\left.\begin{aligned} A_1(t) &= \left|\dot{U}_{вхУМ1}(t)\right| = \sqrt{U_1^2 + U_2^2 + 2U_1U_2\cos(\Delta\omega_1 t)} \\ A_2(t) &= \left|\dot{U}_{вхУМ2}(t)\right| = \sqrt{U_1^2 + U_2^2 + 2U_1U_2\cos(\Delta\omega_2 t)} \end{aligned}\right\},$$

$\varphi_{УМ1}(t)$, $\varphi_{УМ2}(t)$ – фазы входных сигналов УМ1 и УМ2,

$$\left.\begin{aligned} \varphi_{УМ1}(t) &= \arg\left(\dot{U}_{вхУМ1}(t)\right) = -arctg\left(\frac{S_1(t)}{S(t)}\right), \\ \varphi_{УМ2}(t) &= \arg\left(\dot{U}_{вхУМ2}(t)\right) = -arctg\left(\frac{S_1^{/}(t)}{S^{/}(t)}\right) \end{aligned}\right\},$$

$\Delta\omega_1 t$ – разность фаз входного сигнала УМ1 и помехи в первом плече КУМ, $\Delta\omega_2 t$ – разность фаз входного сигнала УМ2 и помехи во втором плече КУМ,

$$\Delta\omega_1 t = \frac{\Delta\omega_M}{\Omega}\sin\Omega t + \frac{\pi}{2} - \Delta\omega_П t,$$

$$\Delta\omega_2 t = \frac{\Delta\omega_M}{\Omega}\sin\Omega t - \Delta\omega_П t,$$

$$S(t) = U_1\cos\left(\frac{\Delta\omega_M}{\Omega}\sin\Omega t + \frac{\pi}{2}\right) + U_2\cos\Delta\omega_П t,$$

$$S_1(t) = U_1\sin\left(\frac{\Delta\omega_M}{\Omega}\sin\Omega t + \frac{\pi}{2}\right) + U_2\sin\Delta\omega_П t,$$

$$S^{/}(t) = U_1\cos\left(\frac{\Delta\omega_M}{\Omega}\sin\Omega t\right) + U_2\cos\Delta\omega_П t,$$

$$S_1^{/}(t) = U_1\sin\left(\frac{\Delta\omega_M}{\Omega}\sin\Omega t\right) + U_2\sin\Delta\omega_П t.$$

Здесь $S(t)$, $S_1(t)$, $S^{/}(t)$, $S_1^{/}(t)$, $\varphi_{1,2}(t)$ вычислены с использованием преобразований Гильберта.

Для анализа степени влияния нелинейности проходной характеристики и воздействия помехового сигнала на возникновение интермодуляционных колебаний в выходном сигнале провели частотное детектирование с использованием математической модели устройства (4)-(6).

Выражение, отражающее изменения частоты входного сигнала, имеет вид, аналогичный (4), а спектр модулирующего сигнала на входе КУМ имеет одну составляющую с частотой Ω. Из-за сложности взять производную фазы выходного сигнала КУМ по времени в аналитическом виде не удалось, поэтому воспользуемся одним из способов моделирования операции частотного детектирования, основанном на функциональном подходе и методе огибающих. Если узкополосный процесс (6) представить в виде последовательностей значений его квадратурных компонент $\mathrm{Re}(\dot{I}[n])$ и $\mathrm{Im}(\dot{I}[n])$, то алгоритм формирования дискретной частоты запишется как

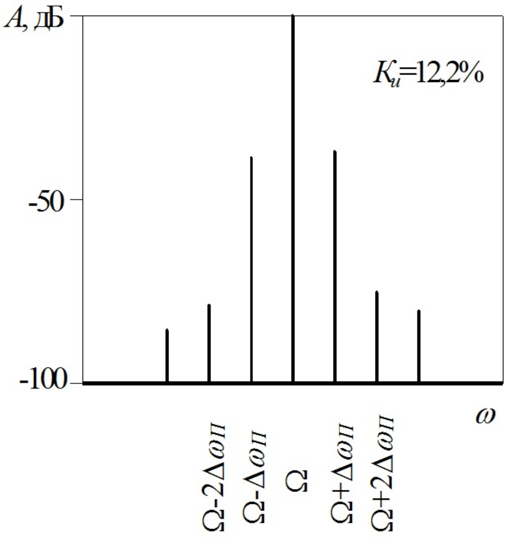


Рисунок 3

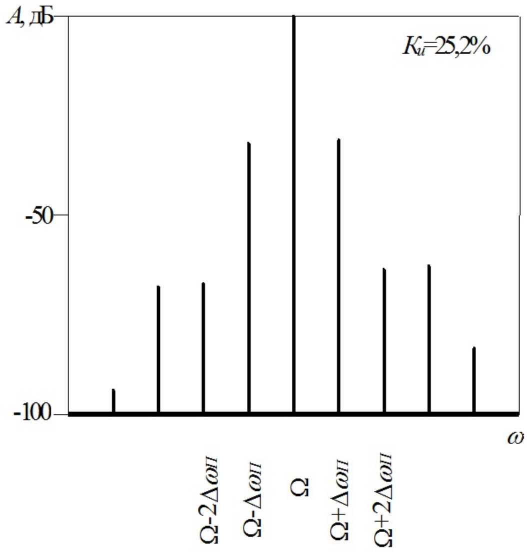


Рисунок 4

$$\omega_{вых}[n] = \\ = \frac{\operatorname{Re}(\dot{I}[n]) \cdot \Delta \operatorname{Im}(\dot{I}[n]) - \operatorname{Im}(\dot{I}[n]) \cdot \Delta \operatorname{Re}(\dot{I}[n])}{\operatorname{Re}(\dot{I}[n])^2 + \operatorname{Im}(\dot{I}[n])^2}, \quad (7)$$

где

$$\Delta \operatorname{Re}(\dot{I}[n]) = \\ = \frac{2}{\Delta t}\operatorname{Re}(\dot{I}[n]) - \frac{2}{\Delta t}\operatorname{Re}(\dot{I}[n-1]) - \Delta \operatorname{Re}(\dot{I}[n-1]),$$

$$\Delta \operatorname{Im}(\dot{I}[n]) = \\ = \frac{2}{\Delta t}\operatorname{Im}(\dot{I}[n]) - \frac{2}{\Delta t}\operatorname{Im}(\dot{I}[n-1]) - \Delta \operatorname{Im}(\dot{I}[n-1]).$$

На рисунке 3 приведен спектр модулирующего сигнала на выходе КУМ. Из рисунка видно, что спектр модулирующего выходного сигнала КУМ содержит комбинационные составляющие с частотами $\Omega \pm k\Delta\omega_П$, наличие которых обусловлено присутствием ИМК в спектре модулирующей частоты на выходе КУМ. Такие комбинационные составляющие будем также называть интермодуляционными в спектре модулирующего сигнала ИМК-м.

Для сравнения был рассчитан спектр модулирующего сигнала на выходе одиночного усилителя мощности ЧМ сигналов (рисунок 4), построенного на том же активном элементе, при тех же параметрах входного и помехового сигналов и описываемого аналогичной аппроксимирующей функцией. В таблице 1 приведена степень подавления ИМК-м в модулирующем выходном сигнале квадратурного усилителя мощности по сравнению с одиночным УМ в дБ относительно модулирующей частоты.

Для оценки эффективности работы квадратурного усилителя мощности по сравнению с одиночным рассчитали коэффициент искажений модулирующего сигнала по выражению

$$K_и = \frac{\sqrt{\sum_{i=2}^{P} (U_i)^2}}{U_1},$$

где в числителе – сумма квадратов значений уров-

**Таблица 1**

**Степень подавления некоторых порядков интермодуляционных колебаний в модулирующем сигнале КУМ по сравнению с одиночным УМ**

| Порядок ИМК-м | Степень подавления в дБ |
|---|---|
| $\Omega + \Delta\omega_П$ | 5,9 |
| $\Omega + 2\Delta\omega_П$ | 11,7 |
| $\Omega - \Delta\omega_П$ | 5,9 |
| $\Omega + 3\Delta\omega_П$ | 17,7 |
| $\Omega - 2\Delta\omega_П$ | 11,7 |
| $\Omega + 4\Delta\omega_П$ | 23,4 |
| $\Omega - 3\Delta\omega_П$ | 17,7 |
| Коэффициент искажений в одиночном УМ $K_и$ = 25% | |
| Коэффициент искажений в квадратурном УМ $K_и$ = 12,2% | |

ней интермодуляционных составляющих в модулирующем сигнале устройства, в знаменателе – значение уровня основного модулирующего колебания Ω.

Оказалось, что коэффициент искажений модулирующего сигнала почти в 2 раза меньше в схеме КУМ, чем в одиночном УМ.

Как видно из таблицы 1, использование квадратурного усилителя мощности позволяет снизить уровни нечетных разностных порядков ИМК-м на 5,9 - 23,4 дБ, и, таким образом, снижаются искажения модулирующего сигнала.

**Выводы**

Разработанная математическая модель позволяет на этапе проектирования с помощью математического моделирования оценить степень влияния нелинейности характеристик, воздействующих помеховых сигналов на модулирующий сигнал, а также упрощает анализ выходного сигнала, сосредоточив внимание на интересующей части спектра, позволяет определить уровни интермодуляционных составляющих в узкой полосе частот, уменьшить объем математических расчетов. Использовать подобную модель выходного сигнала можно для любого сигнала, представленного комплексной огибающей.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Ромашов В.В., Жиганова Е.А. Метод анализа интермодуляционных колебаний в нелинейных безинерционных устройствах в узкой полосе частот // Радиотехника. 2004. № 11. – С. 80-83.

2. Ромашов В.В., Жиганова Е.А. Метод комплексной огибающей в спектральном анализе нелинейного устройства // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. 2011. № 1. – С. 25-28.

3. Ромашов В.В., Шуненкова Е.А. Метод анализа интермодуляционных колебаний в усилителях мощности в узкой полосе частот / Деп. в ВИНИТИ 27.11.01, № 2474-В2001.

4. Ромашов В.В., Мошнина Е.Н., Шуненкова Е.А. Использование полиэкспоненциальной аппроксимации для анализа комплексной огибающей выходного сигнала нелинейного безинерционного устройства // Методы и устройства передачи и обработки информации: Межвузовский сборник научных трудов / под ред. В.В. Ромашова. – С.-Петербург: Гидрометеоиздат, 2001. – С. 40-41.

5. Ромашов В.В., Шуненкова Е.А. Исследование интермодуляционных колебаний в квадратурных усилителях мощности // Методы и устройства передачи и обработки информации. - Муром: Изд.-полиграфический центр МИ ВлГУ, 2002. – С. 46-48.

6. Жиганова Е.А. Особенности использования функций Бесселя при спектральном анализе выходного сигнала нелинейного устройства // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. 2012. № 3. – С. 12-15.

7. Ромашов В.В., Курилов И.А., Жиганова Е.А., Суржик Д.И., Романов Д.Н., Васильев Г.С., Харчук С.М. Методы анализа радиоустройств на основе функциональной аппроксимации // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. 2014. № 1. – С. 35-49.

Поступила 18.02.2015.